

---

## IS1330 Informatique théorique et Mathématiques discrètes : calculabilité et langages formels

---

**Responsable** : Marc AIGUIER

**Langue d'enseignement** : FRANCAIS – **Heures** : 36 – **ECTS** : 3,0 – **Quota** :

**Prérequis** :

**Période** : S8 électif 9 entre février et juin

### Objectifs

Comprendre les principes fondamentaux et les outils formels (i.e. mathématiquement fondés) à la base de toutes les méthodes de conception et d'implantation des systèmes informatiques. Il sera alors abordé dans ce cours les notions fondamentales aux fondements :

- de l'induction et la récurrence (théorie des treillis, ensemble bien-fondé et équivalence avec l'induction mathématique). L'objectif est de formaliser les notions fondamentales d'induction et récursivité sous-jacentes à toutes les mathématiques discrètes.
- de l'algorithmique (fonctions récursives de Gödel/Herbrand, machine de Turing et lambda-calcul et tous les théorèmes de point fixe ainsi que les résultats d'indécidabilité associés). L'idée est de définir formellement (i.e. mathématiquement) ce qu'est un problème de décision et donner une dénotation formelle à la notion d'algorithme (thèse de Church).
- de la théorie de la complexité (classe de complexité P et NP, et structuration de la classe NP - problèmes NP-complets et NP-durs).
- de la conception des systèmes (langages rationnels et automates). L'objectif est d'étudier un outil formel à la base de toutes les méthodes de modélisation des systèmes informatiques.

### Compétences acquises en fin de cours

Savoir aborder la modélisation « discrète » d'un problème donné en vue de son implantation informatique (problème décidable), et avoir compris les outils formels fondamentaux pour cette modélisation.

### Contenu

#### Fondements de l'induction et la récursivité

- Ordre et préordre
- Majorants et minorants
- Ensembles bien fondés et induction
- Treillis et points fixes (treillis complets et fonctions continues, points fixes et fonctions monotones)

### **Fondements de l'algorithmique (Fonctions calculables et problèmes décidables, et théorie de la complexité)**

- **Fonctions récursives (FR)** : Fonctions primitives récursives, Fonctions récursives (Problème de la fonction d'Ackermann), définition d'un problème décidable, indécidabilité du problème de l'arrêt, calculabilité sur les listes et les arbres (fonctions de codage), Fonction récursive universelle (interpréteur).
- **Calcul pas à pas (autres modèles de calcul)** : Machines de Turing (MT), théorèmes d'équivalence (FR MT LC), thèse de Church.
- Théorie de la complexité (complexité en temps, classes P et NP, structuration de la classe NP - problèmes NP-complets et NP-durs, un premier problème NP-complet)

### **Langages rationnels et automates**

- Monoïde libre
- Langages rationnels (lemme du pompage)
- Automates finis (systèmes de transition étiquetés, complétion, détermination, minimalité, opérations algébriques)

### **Bibliographie / supports**

Il sera fourni au début du cours un polycopié en français, et l'énoncé des travaux dirigés pour chacune des pcs concernée

### **Évaluation**

Un examen écrit de 3h sera effectué lors de la dernière séance. Pour cet examen ne sont autorisés que le polycopié ainsi que l'énoncé des pcs et leur correction. Les ordinateurs portables et tout autre document ne sont pas autorisés.